

# Izpit iz Analize I

26. junij 2000

1. Določite konvergenčno območje vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{\sqrt{n} 3^{2n}}, \quad x \in \mathbb{R},$$

in razišite konvergenčno na robu konvergenčnega območja.

2. Naj bo  $f(x) = 1 - x^2$ . Določite tako točko  $T(x, y)$  v prvem kvadrantu, ki leži na grafu funkcije  $f$ , da bo imel pravokotni trikotnik, ki ga oklepajo koordinatni osi in tangenta na graf funkcije  $f$  v točki  $T$ , najmanjšo ploščino.

3. Naj bo  $\mathbb{R}_n[x]$  vektorski prostor realnih polinomov stopnje največ  $n$ . Operator  $A: \mathbb{R}_n[x] \rightarrow \mathbb{R}_n[x]$  naj bo podan s predpisom  $A(p)(x) = x p'(x) + p(1)$ .

(a) Zapišite matriko, ki pripada operatorju  $A^{-1}$  v bazi  $\{1, x, \dots, x^n\}$ .

(b) Poišite lastne vrednosti operatorja  $A$  in opišite lastne podprostore.

(c) Ali je operator  $A$  diagonalizabilen?

4. Poišite vse rešitve sistema

$$bz + cy = a$$

$$cx + az = b$$

$$ay + bx = c$$

glede na različne vrednosti realnih parametrov  $a$ ,  $b$  in  $c$ .

Točkovanje:  $25 + 25 + (10 + 10 + 5) + 25 = 100$ .