

Izpit iz Analize I

5. september 2000

1. Naj bo $f(x) = (x - 1)x^{-2}e^{x-1}$.

- (a) Dolo"ci tako to"cko T na grafu funkcije f , da bo tangenta na graf funkcije f v to"cki T potekala skozi koordinatno izhodi"s"ce.
- (b) Dolo"ci plo"s"cino lika, ki ga oklepajo premice $y = 0$, $x = 2$ in graf funkcije f .

2. Z razvojem v Taylorjevo vrsto izra"cunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\ln(1 + x + x^2)}{x^3 \sqrt{1 + x}} \right).$$

3. Naj bo $\mathbb{R}_n[x]$ vektorski prostor realnih polinomov stopnje najve"c n . Na prostoru $\mathbb{R}_n[x]$ je podan linearni operator A s predpisom

$$(Ap)(x) = \frac{1}{2} \int_0^x (p(t + 1) - p(t - 1)) dt.$$

- (a) Doka"zi, da pripada operatorju A v bazi $\{1, x, \dots, x^n\}$ zgornje trikotna matrika, in zapi"si njen karakteristi"cni polinom.
- (b) Dolo"ci jedro $N(A)$ in zalogo vrednosti $R(A)$ operatorja A .
- (c) Doka"zi, da predstavljajo funkcionali f_k , $k = 0, 1, \dots, n$, definirani z

$$f_k(p) = \int_0^1 t^k p(t) dt$$

bazo adjungiranega prostora k $\mathbb{R}_n[x]$.

- (d) Naj bo sedaj $n = 2$. Zapi"si razvoj funkcionala f , podanega s predpisom $f(p) = p(0)$, po bazi $\{f_0, f_1, f_2\}$.

To"ckovanje: $(10 + 15) + 30 + (10 + 10 + 10 + 15) = 100$.