FMF-FIZIKA

1. kolokvij iz Analize I

26. november 1999

1. Dana je bijektivna preslikava $f\colon A \to A$. Za vsak $x \in A$ definiramo $f^0(x) = x$, ter $f^n(x) = \underbrace{f \circ \cdots \circ f}_{n \text{ funkcij}}(x)$ in $f^{-n}(x) = \underbrace{f^{-1} \circ \cdots \circ f^{-1}}_{n \text{ funkcij}}(x)$ za $n \in \mathbb{N}$. Ozna”cimo ”se
$$T(x) = \{f^n(x); \quad n \in \mathbb{Z}\}.$$
Doka”zi, da iz $T(x) \cap T(y) \neq \emptyset$ sledi $T(x) = T(y)$.

2. Vemo, da je mno”zica $\mathcal{R}$ racionalnih funkcij grupa (za kompozitum). Dolo”ci najmanj”so (tj. s ”cim manj elementi) podgrupo grupe $(\mathcal{R}, \circ)$, ki vsebuje funkcijo f, $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Odgovor primerno utemelji.

3. V prostoru le”zi zrcalo z ena”cbo $\vec{r} \cdot \vec{n}_1 = d_1$. Iz to”cke s krajevnim vektorjem $\vec{s}_0$ posvetimo v smeri vektorja $\vec{s}$. ”Zarek najprej zadene zrcalo, se od zrcala odbije in nato zadene ”se zid z ena”cbo $\vec{r} \cdot \vec{n}_2 = d_2$. V kateri to”cki?

   Natan”cno zapi”si vse pogoje, da bo naloga re”sljiva in da bo ”zarek res prepotoval opisano pot.

   Opomba. Privzame”s lahko, da je $\|\vec{n}_1\| = \|\vec{n}_2\| = 1$.

4. Naj bosta $a, b \in \mathbb{R}$. Izra”cunaj vrednost determinante
$$\begin{bmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1-a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{bmatrix}.$$

To”ckovanje: $25 + 25 + 30 + 20 = 100$.