

Izpit iz Analize I

2. februar 2001

1. Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \ln(1 - x^2) \cos x}{x^6}$$

z razvojem v Taylorjevo vrsto.

2. Krivulja je podana parametrično

$$\begin{aligned} x(t) &= (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y(t) &= (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t. \end{aligned}$$

Izračunaj ploščino in obseg lika, ki ga omejujejo lok krivulje od $t = 0$ do $t = \pi$ in ustrezna odseka na koordinatnih oseh.

3. Reši matrično enačbo

$$A(X - I) - 2X = I,$$

kjer je $I \in \mathbb{R}^{3,3}$ identična matrika in

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. V vektorskem prostoru $\mathbb{R}_n[x]$ polinomov stopnje največ n je izbran tak skalarni produkt, da tvorijo polinomi $1, x + 1, x^2 + 2, \dots, x^n + n$ ortonormirano bazo.

(a) Zapiši matriko, ki pripada v gornji bazi adjungiranemu operatorju D^* k operatorju odvajanja $D: p(x) \mapsto p'(x)$.

(b) Naj bo $n = 2$. Zapiši enačbo pravokotne projekcije premice $\ell = \{\lambda(x + 1)^2; \lambda \in \mathbb{R}\}$ na ravnino $\Sigma = \{p \in \mathbb{R}_2[x]; p(1) = p'(1)\}$.

Točkovanje: $25 + 25 + 25 + (10 + 15) = 100$.

Ustni izpit pri prof. Legiši po dogovoru.