

# Izpit iz Analize I

27. junij 2001

1. Razvij v Taylorjevo vrsto funkcijo

$$f(x) = \int_0^x \cos t^2 dt$$

okoli točke 0 in določi območje konvergence tako dobljene vrste.

2. Določi vse lastne vektorje in lastne vrednosti operatorja  $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ , podanega s predpisom

$$A(p)(x) = x p'(x) + \int_0^1 t^2 p(t) dt.$$

Ali se matrika, ki pripada operatorju v standardni bazi prostora  $\mathbb{R}_2[x]$ , da diagonalizirati?

3. Poišči vse rešitve sistema

$$\begin{aligned} x + y + z &= t \\ x + (1 + t)y + z &= 2t \\ x + y + tz &= -t \end{aligned}$$

v odvisnosti od realnega parametra  $t$ .

4. Dokaži, da je zaporedje  $(a_n)$ , podano z začetnim členom  $a_1 = 0$  in rekurzivnim predpisom  $a_{n+1} = \sqrt[3]{4 + a_n^2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , konvergentno in izračunaj njegovo limito.

4. [**Pedagogi**] Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 4x + 5} - \sqrt{x^2 - 4x + 5} \right).$$