

# Izpit iz Analize I

3. september 2001

1. Določi stekališča in razišči konvergenco zaporedja

$$x_n = \frac{n^t - t}{n} \sin \frac{n\pi}{2}$$

pri različnih vrednostih parametra  $t \geq 0$ .

2. Naj bosta  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$  neničelna vektorja. Reši enačbo

$$(\vec{a} \cdot \vec{x})\vec{b} = \vec{a} \times \vec{x}.$$

3. Pri katerem  $n \in \mathbb{N}$  obstaja limita

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \operatorname{ch}(1 - \operatorname{ch} x^2)}{x^n}$$

in je neničelna? Limito tudi izračunaj.

4. Naj bo  $A$   $n \times n$  realna matrika in  $\lambda = \alpha + i\beta$ ,  $\beta \neq 0$ , njena lastna vrednost.

(a) Dokaži: Če je  $x = u + iv$  lastni vektor k lastni vrednosti  $\lambda$ , je  $y = u - iv$  lastni vektor k lastni vrednosti  $\bar{\lambda} = \alpha - i\beta$ .

(b) Dokaži, da sta vektorja  $u$  in  $v$  linearno neodvisna.

(c) Dokaži, da je linearna lupina vektorjev  $u$  in  $v$  invariantni podprostor operatorja  $A$ .

3. [**Pedagogi**] Dokaži, da je ploščina med abscisno osjo in grafom funkcije  $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x(x+1)}}$  končna. Ploščino tudi izračunaj.

4. [**Pedagogi**] Naj bo  $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Izračunaj inverz matrike

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+c \end{bmatrix}.$$