

# 1. kolokvij iz Analize I

2. december 2000

1. Izračunaj limito zaporedja s splošnim členom  $a_n = \frac{n - \sqrt{n^2 - 1}}{\sin \frac{\pi}{n}}$ .

2. Za katere vrednosti parametra  $x$  je vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n} \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^n$$

absolutno oz. pogojno konvergentna?

3. Določi vrednosti konstant  $a$  in  $b$  tako, da bo funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \begin{cases} \arctg\left(\frac{a}{x+1}\right), & \text{če je } x > -1 \\ -x^2 + b, & \text{če je } x \leq -1 \end{cases}$$

zvezna in odvedljiva. Ali je tako definirana funkcija tudi zvezno odvedljiva?

4. Naj bo  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  taka dvakrat zvezno odvedljiva funkcija, da je

$$f(0) > 0, \quad f'(0) < 0 \quad \text{in} \quad f''(x) \leq 0 \quad \text{za vse } x \geq 0.$$

Dokaži, da ima potem funkcija  $f$  vsaj eno ničlo na poltraku  $(0, \infty)$ .

Navedi tudi zgled take funkcije  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , da bo  $g(0) > 0$  in  $g'(x) < 0$  za vse  $x \geq 0$ , vendar  $g$  ne bo imela nobene pozitivne ničle.

Točkovanje:  $25 + 25 + 25 + 25 = 100$ .