

2. kolokvij iz Analize I

7. februar 2001

1. Označimo $f(x) = \arcsin x - x\sqrt{1+x^2}$.

(a) Poišči prvi neničelni člen v razvoju funkcije f v Taylorjevo vrsto okrog točke 0.

(b) Določi največje naravno število n , da bo obstajala limita

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^n f\left(\frac{1}{x}\right)$$

in to limito tudi izračunaj.

2. Kolikšna je prostornina vrtenine, ki jo določa graf funkcije

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^3}$$

na intervalu $[0, 1)$, pri vrtenju okoli svoje navpične asimptote?

3. Izberimo točko $A(x, y)$, $y > 0$, na cikloidi, podani parametrično z enačbama

$$x(t) = t - \sin t, \quad y(t) = 1 - \cos t.$$

Označimo z B točko, kjer normala na cikloido skozi točko A seka abscisno os, in s C pravokotno projekcijo točke A na abscisno os. Kako moramo izbrati točko A , da bo imel trikotnik ABC največjo ploščino?

4. Naj bo $f: [1, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ taka zvezna funkcija, da velja

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x f(x) = 0.$$

Dokaži, da potem obstaja integral

$$\int_1^{\infty} f(x) x^{-\frac{1}{2}} dx.$$

Točkovanje: $(15 + 10) + 25 + 25 + 25 = 100$.