FMF-FIZIKA

4. kolokvij iz Analize I

7. junij 2001

1. Naj bosta A in B linearna operatorja na evklidskem prostoru. Dokaži, da je B^*A ničelni operator natanko tedaj, ko sta zalogi vrednosti operatorjev A in B med seboj ortogonalni.

2. Naj bo
$$Q(x, y, z) = -4xy + 4xz + y^2 - 2yz + z^2$$
realna kvadratna forma. Določi glavne osi ploskve v prostoru $\mathbb{R}^3$, določene z enačbo $Q(x, y, z) = 1$.

3. Določi vse lokalne ekstreme funkcije
$$f(x, y) = x^3 + x^2y + xy - \tfrac{2}{3}y^3.$$

4. Za katera števila $a \in \mathbb{R}$ obstaja ortogonalna transformacija $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, ki preslika premico z enačbo $x+y = 1$ na premico z enačbo $x - y = a$?

   Zapiši vse možne rešitve za a in T, če dodatno zahtevamo $\det(T) = 1$!

   NASVET. Ortogonalna transformacija je izometrija.

Točkovanje: $25 + 25 + 25 + 25 = 100$.