

Izpit iz Analize I

29. januar 2002

1. Dokaži, da je zaporedje x_n , podano s predpisoma

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{x_n^2 + 1},$$

konvergentno in izračunaj njegovo limito.

2. Aproximiraj funkcijo $f(x) = (1 + x^2)^{1/3} - (1 - 2x)^{1/4}$ s polinomom stopnje 2 v okolici točke $x = 0$ in izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x + x^2}.$$

3. Dana je linearna preslikava $A: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ s predpisom

$$A(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) = (x_2, x_3, \dots, x_n, x_1).$$

- (a) Določi vse lastne vrednosti in lastne vektorje preslikave A .
- (b) Ali obstaja tak skalarni produkt na \mathbb{C}^n , v katerem je A sebiadjungiran operator? (Odgovor primerno utemelji!)
4. V vektorski prostor $\mathbb{R}_2[x]$ realnih polinomov stopnje največ 2, vpeljemo tak skalarni produkt $\langle \cdot, \cdot \rangle$, da je $\{1, x - 1, x^2 - 1\}$ ortonormirana baza.
- (a) Določi kot med vektorjema x in x^2 .
- (b) Zapiši pravokotno projekcijo vektorja x^2 na $x^2 + x + 1$.
- (c) Določi tak polinom $q \in \mathbb{R}_2[x]$, da bo $p(0) = \langle p, q \rangle$ za vsak $p \in \mathbb{R}_2[x]$.

- ¹Pedag. Določi trapez maksimalne ploščine, ki je včrtan v polkrog polmera r . Osnovnica trapeza naj sovpada s premerom polkroga. Koliko meri ploščina tega trapeza?

3^{Pedag.} Dana je linearna preslikava $A: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ s predpisom

$$A(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n) = (x_2, x_3, \dots, x_n, x_1).$$

Določi vse lastne vrednosti in lastne vektorje preslikave A .

1. kolokvij iz Analize I – rešitev

30. november 2001

1. ...