

Izpit iz Analize I

21. januar 2003

1. Naj bo $a_n = \frac{1}{3n}$, $b_n = \frac{n+1}{2n+1}$ in $A_n = \{x \in \mathbb{R}; a_n < x < b_n\}$. Določi množici

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \quad \text{in} \quad \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n.$$

2. Zapiši prva dva neničelna člena pri razvoju funkcije f ,

$$f(t) = t + \frac{\ln(1 - t + t^2)}{\sqrt{1 - t}},$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke 0.

- 2* Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x - 3} - \sqrt{x^2 - x + 1} \right).$$

3. Naj bo $\mathbb{R}_2[x]$ vektorski prostor polinomov stopnje največ 2 z realnimi koeficienti in

$$U = \{p \in \mathbb{R}_2[x]; 2p(0) = p'(1)\}.$$

Prostor $\mathbb{R}_2[x]$ je opremljen s skalarnim produktom $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$.

- (a) Poišči tako ortogonalno bazo \mathcal{B}_U podprostora U , ki vsebuje polinom $p(x) = x^2 + 1$.
 (b) Izračunaj razdaljo med polinomom x^2 in podprostorom U .

4. Ploskev z enačbo

$$6x^2 + 5y^2 + 7z^2 - 4xy + 4xz = 1$$

je elipsoid v \mathbb{R}^3 . Določi smeri in dolžine njegovih glavnih polosi.

- 4* Določi tako vrednost parametra a , da bo imel sistem

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0, \\ ax + 4y + z &= 0, \\ 6x + (a+2)y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

neskončno rešitev, in pri tako izbranem a sistem tudi reši.