

Izpit iz Analize I

11. junij 2003

1. Določi konvergenčno območje vrste

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^2 - 1} x^n$$

in razišči konvergenco na robu konvergenčnega območja.

2. Določi največje naravno število n , za katero obstaja limita

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^n} \int_0^t (\cos x^2 - 1) dx$$

in pri tem n limito tudi izračunaj.

- 2* Naj bo $a > b > 0$. Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{\operatorname{tg} x}.$$

3. Določi vsa realna števila x , za katera je matrika

$$\begin{bmatrix} 1+x & 2+x & -1+2x \\ 2+x & x & 1 \\ 3 & 2+x & x \end{bmatrix}$$

obrnljiva.

4. Prostor $\mathbb{R}_2[x]$ opremimo s skalarnim produktom $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x) dx$. Označimo $(Ap)(x) = (xp(x))'$. Zapiši matriko, ki pripada operatorju A v (primerni) ortonormirani bazi. Ali je A hermitski operator?

- 4* Določi ortonormirano bazo za prostor

$$V = \{p \in \mathbb{R}_3[x]; p'(0) = p'(1)\}$$

glede na skalarni produkt $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x) dx$.