

Izpit iz Analize I

24. junij 2003

1. Zapiši enačbo linearne asimptote parametrično podane krivulje

$$x(t) = \frac{t^3}{1-t^2}, \quad y(t) = \frac{1+t^2}{1-t^2}.$$

2. (a) Aproximiraj funkcijo $f(x) = \arctg(1+x)$ s polinomom stopnje 2 v okolici točke $x = 0$.

- (b) Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(1+2x) - \frac{\pi}{4} - x}{x^2}$$

s pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto.

- 2* Izračunaj

$$\int_0^1 \frac{x^3 + 3x + 7}{x^2 - 5x + 6} dx.$$

3. Dokaži, da je $\langle p, q \rangle = \int_0^1 x^2 p(x) q(x) dx$ skalarni produkt na prostoru polinomov $\mathbb{R}_2[x]$ in zapiši ortogonalni komplement podprostora $\mathbb{R}_1[x]$ glede na ta skalarni produkt.

4. (a) Dokaži, da predstavljajo funkcionali f_k , $k = 0, 1, \dots, n$, definirani z

$$f_k(p) = \int_0^1 (t-1)^k p(t) dt$$

bazo adjungiranega prostora k $\mathbb{R}_n[x]$.

- (b) Naj bo sedaj $n = 2$. Zapiši razvoj funkcionala f , podanega s predpisom $f(p) = p(0)$, po bazi $\{f_0, f_1, f_2\}$.

- 4* Naj bo $\vec{a} = (1, -1, 2)$ in $\vec{b} = (-1, 1, 1)$. Poišči vse rešitve enačbe

$$\vec{a} \times \vec{x} = \vec{b} + \vec{x}.$$