Izpit iz Analize I

1. september 2003

1. Razvij v Taylorjevo vrsto funkcijo

$$f(x) = \int_0^x \operatorname{ch} t^2 \, dt$$

okoli točke 0 in določi območje konvergence tako dobljene vrste.

2. Dana je funkcija f v parametrični obliki:

$$x(t) = 1 + 2\ln t, \quad y(t) = t + \frac{1}{t}, \quad t > 0.$$

(a) Določi točko T na grafu funkcije f, ki leži najbližje abscisni osi.

(b) Izračunaj dolžino grafa funkcije f med točko T in točko, kjer graf funkcije f seka premico $x = 5$.

2* Določi ploščino lika, ki ga omejujeta graf funkcije $f(x) = e^{-x^2}x^3$ in njegova asimptota.

3. Dana je linearna transformacija $A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $A\vec{x} = (\vec{x}\vec{a})\vec{b} - (\vec{x}\vec{b})\vec{a}$, kjer sta $\vec{a}$ in $\vec{b}$ linearno neodvisna enotska vektorja. Določi A^* glede na standardni skalarni produkt v $\mathbb{R}^3$.

4. Določi obliko in lego ploskve v $\mathbb{R}^3$, ki je določena z enačbo

$$2x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4xy + 2xz + 2yz = 1.$$

4* Naj bo

$$\begin{aligned} U &= \{p \in \mathbb{R}_4[4];\ p(1) = 0\} \\ V &= \{p \in \mathbb{R}^4[x];\ p(x) = p(-x) \text{ za vsak } x \text{ in } p(0) = p(1)\}. \end{aligned}$$

Določi baze prostorov U, V, $U \cap V$ in $U + V$.

Študenti pedagoške smeri naj rešujejo nalogi 2* in 4* namesto nalog 2 in 4.