

4. kolokvij iz Analize I

5. junij 2003

1. Izračunaj vrednost determinante

$$\begin{vmatrix} 0 & a & a & a & \cdots & a & a & a & a^2 \\ a & 0 & b & b & \cdots & b & b & b & a \\ a & b & 0 & b & \cdots & b & b & b & a \\ a & b & b & 0 & & b & b & b & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots & \\ a & b & b & b & & 0 & b & b & a \\ a & b & b & b & \cdots & b & 0 & b & a \\ a & b & b & b & \cdots & b & b & 0 & a \\ a^2 & a & a & a & \cdots & a & a & a & 0 \end{vmatrix}$$

2. (a) Dokaži, da je s predpisom

$$f(p) = -p(0) + \int_0^1 p(x) dx$$

definiran linearni funkcional na prostoru polinomov $\mathbb{R}_3[x]$.

(b) Določi jedro $N(f)$ funkcionala f .

(c) Določi ortogonalni komplement prostora $N(f)$ v $\mathbb{R}_3[x]$ glede na skalarni produkt $\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(x)q(x) dx$.

3. Ploskev z enačbo

$$3x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2xy - 2yz = 6$$

je elipsoid v \mathbb{R}^3 . Določi smeri in dolžine njegovih glavnih polosi.

4. V enakokrakem trapezu T je vsota dolžin ene osnovnice in obeh krakov konstantna in meri ℓ . Koliko meri dolžina druge osnovnice, če ploščina trapeza T maksimalna?