

3. kolokvij iz Analize I

19. april 2004

1. Določi vrednosti realnih konstant a in b tako, da bo imela funkcija f ,

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{a + b \cos x},$$

ekstrem v točki $(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{4})$.

2. Izračunaj

$$\int \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx.$$

3. Izračunaj

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1 + x^2 \ln \frac{ex}{x+1}} - x \right).$$

4. Definirajmo funkcijo $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisom $f(x) = \frac{1}{5}(2x + 1)$ in za vsako naravno število n označimo

$$I_n = \underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{n \text{ funkcij}}([0, 1]).$$

Dokaži, da množica $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ sestoji iz ene same točke in to točko tudi določi.

NASVET. Označi $I_n = [a_n, b_n]$ in si oglej zaporedji krajišč intervalov I_n .