

Izpit iz Analize I

10. junij 2005

1. Izračunaj integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{3x^2 + 4x + 1} dx.$$

2. Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \ln(1 - x^2) \cos x}{x^6}$$

s pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto.

3. V vektorskem prostoru $\mathbb{R}_n[x]$ realnih polinomov stopnje največ n je izbran tak skalarni produkt, da tvorijo polinomi $1, x + 1, x^2 + x, \dots, x^{n-1} + x^{n-2}, x^n + x^{n-1}$ ortonormirano bazo.

(a) zapiši matriko, ki pripada v gornji bazi adjungiranemu operatorju D^* k operatorju odvajanja $D: p(x) \mapsto p'(x)$.

(b) Naj bo $n = 2$. zapiši enačbo pravokotne projekcije premice

$$\ell = \{\lambda(2x^2 + x + 1); \lambda \in \mathbb{R}\}$$

na ravnino

$$\Sigma = \{p \in \mathbb{R}_2[x]; p(-1) = 0\}.$$

4. Za katere vrednosti parametra a se da diagonalizirati matrika

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & a & a + 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} ?$$

Za te vrednosti parametra a zapiši tudi ustrezne diagonalne matrike.