

Izpit iz Analize I

20. junij 2005

1. Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 3k + 2}.$$

NASVET. Pomagaj si z razcepom na parcialne ulomke in najprej izračunaj n -to delno vsoto vrste.

2. Zaporedje (a_n) je podano z začetnim členom $a_1 = 2$ in rekurzivnim predpisom

$$a_{n+1} = \frac{5a_n - 1}{1 + 4a_n} \text{ za vsak } n \in \mathbb{N}.$$

Pokaži, da je zaporedje konvergentno, in izračunaj njegovo limito.

3. Preslikava $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je podana s predpisom

$$(Ap)(x) = (xp(x))' - \frac{2}{x} \int_0^x p(t) dt.$$

- (a) Dokaži, da je A linearna preslikava.
- (b) Napiši matriko, ki ustreza preslikavi A v standardni bazi $[1, x, x^2]$ prostora $\mathbb{R}_2[x]$.
- (c) Poišči kakšni bazi za jedro in zalogo vrednosti preslikave A .

4. Katera točka na krivulji $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$ je najbolj in katera točka najmanj oddaljena od koordinatnega izhodišča v \mathbb{R}^2 ?