

Izpit iz Analize I

5. september 2005

1. Poišči največje naravno število n , da bo obstajala limita

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt[6]{1 - x^2} \cdot \sin x}{x^n},$$

in to limito tudi izračunaj.

2. Del krivulje

$$x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0,$$

ki leži na zgornji polravnini (tj. $y \geq 0$), zavrtimo okrog abscisne osi. Izračunaj prostornino dobljene vrtenine.

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dokaži, da je množica $M = \{X \in \mathbb{R}^{3,3}; AX = X^T A\}$ vektorski podprostor v prostoru realnih matrik $\mathbb{R}^{3,3}$ in zapiši kakšno njegovo bazo.

4. V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ je dan skalarni produkt

$$\langle p, q \rangle = p(1)q(1) + 4p'(1)q'(1) + 9p''(1)q''(1)$$

in podprostor $U = \{p \in \mathbb{R}_2[x]; \int_0^1 p(t) dt = 0\}$.

- (a) Dokaži, da je $\langle p, q \rangle$ res skalarni produkt.
- (b) Kateri polinom iz prostora U je najbližji polinomu $p(x) = x^2 + 1$ in koliko je razdalja med njima?