

3. kolokvij iz Analize I

13. april 2005

1. Naj bo

$$\begin{aligned} U &= \{p \in \mathbb{R}_4[x]; p(-1) = p(1) = 0\} \text{ in} \\ V &= \{p \in \mathbb{R}_4[x]; p(1) = 0, p'(-1) = p'(1)\}. \end{aligned}$$

Poišči kakšne baze \mathcal{B}_U , \mathcal{B}_V , $\mathcal{B}_{U \cap V}$ in \mathcal{B}_{U+V} prostorov U , V , $U \cap V$ in $U + V$. Ali je $U + V = \mathbb{R}_4[x]$?

2. Reši matrično enačbo

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} X - X \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

NASVET. Zapiši matriko X s splošnimi koeficienti in reši tako dobljen sistem enačb.

3. Naj bosta \vec{a} in \vec{b} enotska linearno neodvisna vektorja v \mathbb{R}^3 .

(a) Zapiši matriko, ki pripada linearni preslikavi $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, podani s predpisom

$$A\vec{x} = \vec{x} - (\vec{a}\vec{x})\vec{b} + \vec{a} \times \vec{x},$$

v bazi $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}\}$ in izračunaj njeno determinanto.

(b) Določi jedro in zalogo vrednosti preslikave A .

(c) Ali je preslikava A izomorfizem?

4. Naj bo $w \in \mathbb{R}^n$ neničeln vektor (zapisan kot stolpec $n \times 1$). Označimo $A = I - ww^T$.

(a) Poišči vse lastne vrednosti matrike A ter določi njihove algebraične in geometrične kratnosti.

NASVET. Opazuj enačbo $Ax = \lambda x$. Kaj je $w^T x$?

(b) Ali je A diagonalizabilna?