

Izpit iz Analize I

4. september 2006

1. Izračunaj dolžino parametrično podane krivulje:

$$x(t) = \arctan t, \quad y(t) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+t^2}{1-t^2},$$

ko t preteče interval $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

2. Naj bo $f(x) = \sqrt{1+x} \ln(1+x) - x$.

(a) Izračunaj prva dva neničelna člena pri razvoju funkcije f v Taylorjevo vrsto okoli točke $x = 0$.

(b) Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x - x}.$$

3. Za vektorja $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ velja $\|\vec{a}\| = 2$ in $\|\vec{b}\| = 4$. Ploščina trikotnika, napetega na vektorja $\vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{b} - 2\vec{a}$, je 10. Koliko meri kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} ?

4. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(a) Poišči kakšno ortonormirano bazo prostora \mathbb{R}^3 , sestavljeno iz lastnih vektorjev matrike A .

(b) Dokaži, da velja $A^{-1} = \frac{1}{3}(A - 2I)$.