

Izpit iz Analize I

15. september 2006

1. Naj bo $0 < a < x_1 < b$. Dokaži, da je zaporedje, podano s predpisom

$$x_{n+1} = a + b - \frac{ab}{x_n}, \quad n \in \mathbb{N},$$

konvergentno in izračunaj njegovo limito.

2. Naj bo $f(x) = e^{-x}$ in t tista tangenta na graf funkcije f , ki poteka skozi koordinatno izhodišče. Določi ploščino območja, ki ga omejujejo graf funkcije f , njena asimptota in premica t .
3. V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ polinomov z realnimi koeficienti stopnje največ 2 je dan skalarni produkt

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1).$$

Naj bo $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ linearna preslikava, dana s predpisom

$$(Ap)(x) = p'(x).$$

- (a) Dokaži, da je $\langle -, - \rangle$ res skalarni produkt.
- (b) Zapiši matriko, ki pripada preslikavi A v bazi $\{1, x, x^2\}$ in (kakšni) ortonormirani bazi.
- (c) Določi $A^*(x^2 - 1)$, kjer A^* označuje adjungirani operator k A .
4. Poišči vse lokalne ekstreme funkcije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, podane s predpisom

$$f(x, y) = 1 + xy - x^2y - xy^2.$$