

3. kolokvij iz Analize I

11. april 2006

1. Naj bo $f(x) = a \ln \frac{a^2}{a^2 - x^2}$. Izračunaj dolžino grafa funkcije f od koordinatnega izhodišča do tiste točke, kjer ima tangenta na graf funkcije f naklon $\frac{\pi}{4}$.

2. Izračunaj matriko X , ki zadošča matrični enačbi

$$(A^{-1}B)^{-1} = B^{-1}(X^{-1} + B),$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Naj bo $a \in \mathbb{R}$. Poišči vse rešitve sistema enačb

$$\begin{aligned} ax + y + z + w &= 1, \\ x + ay + z + w &= a, \\ x + y + az + w &= a^2, \\ x + y + z + aw &= a^3. \end{aligned}$$

4. Naj bo

$$\begin{aligned} U &= \{p \in \mathbb{R}_4[x]; p(-1) = p(1) = p'(1)\} \quad \text{in} \\ V &= \text{Lin}\{1, x, x^2\}. \end{aligned}$$

Poišči kakšne baze prostorov U in $U \cap V$. Ali je $U + V = \mathbb{R}_4[x]$?