

Izpit iz Analize I

4. junij 2007

1. Zaporedje a_n je podano z začetnim členom $a_1 = 1$ in predpisom

$$a_{n+1} = \frac{2a_n^2 - 5a_n - 2}{2a_n - 6}$$

za $n \geq 1$. Dokaži, da je zaporedje konvergentno in izračunaj njegovo limito.

2. Krivulja je podana parametrično s predpisoma

$$x(t) = \arctg \frac{t-1}{t+1} \quad \text{in} \quad y(t) = \frac{1}{2} \ln(t^2 + 1).$$

Izračunaj dolžino krivulje od $t = 0$ do točke, kjer tangenta na krivuljo oklepa z absciso kot $\frac{\pi}{4}$.

3. Naj bo $a, b \in \mathbb{R}$. Reši sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned} ax + by + z &= 1, \\ x + aby + z &= b, \\ x + by + az &= 1. \end{aligned}$$

4. Naj bo $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Definirajmo preslikavo $T: \mathbb{R}^{2,2} \rightarrow \mathbb{R}^{2,2}$ s predpisom $T(X) = AX - XA$. Na $\mathbb{R}^{2,2}$ definirajmo še skalarni produkt s predpisom $\langle A, B \rangle = \text{sled}(AB^T)$.

- (a) Poišči kakšno ortonormirano bazo ortogonalnega komplementa jedra preslikave T .
- (b) Ali je preslikava T sebi-adjungirana?