

Izpit iz Analize I

18. junij 2007

1. Izračunaj prostornino vrtenine, ki jo določa krivulja $y = \frac{\pi}{2} + \arcsin \sqrt{1 - x^2}$ pri vrtenju okrog abscisne osi.
2. (a) Določi konvergenčno območje vrste

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1} z^{2k+1}$$

in razišči konvergenco na robu območja.

- (b) Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)(-3)^k}.$$

3. Linearni funkcionali $f_1, f_2, f_3: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}$ so podani s predpisi

$$f_i(p) = \int_0^i p(x) dx \quad \text{za } i = 1, 2, 3.$$

Dokaži, da je $\{f_1, f_2, f_3\}$ baza prostora $\mathbb{R}_2[x]^*$ in poišči bazo prostora $\mathbb{R}_2[x]$, za katero je $\{f_1, f_2, f_3\}$ dualna baza.

4. Dana sta vektorja $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$. Določi lastne vrednosti in lastne vektorje preslikave $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, podane s predpisom $A\vec{x} = (\vec{b} \times \vec{x}) \times \vec{a}$.