

2. kolokvij iz Analize I

19. januar 2007

1. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a - \cos x}{x}, & \text{če je } x < 0, \\ b + e^{cx}, & \text{če je } x \geq 0. \end{cases}$$

Določi konstante a , b in c tako, da bo funkcija f povsod zvezna in odvedljiva. Ali je dobljena funkcija tudi zvezno odvedljiva?

2. Izračunaj limito s pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 - x - \frac{x^3}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}}} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \right).$$

3. Naj bo $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$.

(a) Določi definicijsko območje, ničle in pole funkcije f .

(b) Določi vse linearne asimptote funkcije f za $x \rightarrow \infty$ in $x \rightarrow -\infty$.
(Linearna asimptota funkcije f za $x \rightarrow \infty$ je premica z enačbo $y = kx + n$, za katero velja $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx - n) = 0$.)

(c) Določi ekstreme in prevoje funkcije f .

(d) Nariši graf funkcije f .

4. (a) Izračunaj integral

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x-1)(x^3-1)} dx.$$

(b) Izračunaj integral

$$\int \frac{1}{\sqrt{\cos x + \cos^2 x}} dx.$$