3. kolokvij iz Analize I

13. april 2007

1. Naj bo $f(x) = x\,e^{-2x}$. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujejo premica $x = 0$, graf funkcije f in njena asimptota, ko gre x proti ∞.

2. Za kateri števili $a, b \in \mathbb{R}$ je rešljiva matrična enačba

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} X - X \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{bmatrix}?$$

   Za taka a in b enačbo tudi reši.

3. Preslikava $A\colon \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_3[x]$ je definirana s predpisom

$$A(p)(x) = p(1)(x^3 - x^2) + p'(-1)(x - 1).$$

   Naj bo V jedro in U slika preslikave A. Določi kakšno bazo za U, V $U \cap V$ in $U + V$. Ali je $U + V = \mathbb{R}_3[x]$?

4. (a) Izračunaj determinanto

$$\det \begin{bmatrix} -b & 1 & & & \\ & -b & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -b & 1 \\ -a_0 & -a_1 & & -a_{n-2} & -b - a_{n-1} \end{bmatrix}.$$

   (b) Izračunaj lastne vrednosti matrike

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 0 & 1 \\ -\binom{n}{0} & -\binom{n}{1} & & -\binom{n}{n-2} & -\binom{n}{n-1} \end{bmatrix}.$$

   (c) Ali se matrika A da diagonalizirati?