

Izpit iz Analize I

25. januar 2008

1. Zaporedje je podano s prvim členom $a_1 = 7$ in rekurzivnim predpisom

$$a_{n+1} = 1 + \sqrt{a_n + 1}.$$

Dokaži, da je zaporedje konvergentno in izračunaj njegovo limito.

2. Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (\cos t)^{\frac{1}{t^2}} dt.$$

3. Določi presečišče ravnin z enačbami

$$\begin{aligned}x - 3z &= -3, \\x + 2y + az &= 1, \\2x + ay - z &= -2\end{aligned}$$

glede na različne vrednosti realnega parametra a .

4. Preslikava $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je podana s predpisom

$$(Ap)(x) = \int_0^x p(t) dt - \frac{x}{3}p(x) + p'(x).$$

- (a) Zapiši matriko, ki pripada preslikavi A v standardni bazi prostora $\mathbb{R}_2[x]$.
- (b) Določi kakšni bazi za jedro in sliko preslikave A .
- (c) Določi lastne vrednosti in lastne vektorje preslikave A .