

Izpit iz Analize I

9. junij 2008

Ime in priimek _____

Vpisna številka

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. Zaporedje x_n je podano z začetnim členom $x_1 = a > 0$ in predpisom

$$x_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}x_n^2 + x_n}$$

za $n \geq 1$. Dokaži, da je zaporedje konvergentno za vsako pozitivno število a in izračunaj njegovo limito.

2. Določi največje naravno število n , za katero obstaja limita

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^n} \int_0^x (t - e^{-t/2} \ln(1+t)) dt,$$

in jo izračunaj.

3. Preslikava $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je podana s predpisom

$$(Ap)(x) = ((x^2 - 1)p(x))'' + p(x).$$

- (a) Dokaži, da je preslikava A izomorfizem in zapiši, kako deluje preslikava A^{-1} .
- (b) Zapiši vse lastne vrednosti in lastne vektorje preslikave A .
- (c) Ali lahko na prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ izberemo tak skalarni produkt, da je $A = A^*$?
Odgovor utemelji!

4. Poišči točki na elipsoidu z enačbo $\frac{x^2}{96} + y^2 + z^2 = 1$, ki sta najbolj oz. najmanj oddaljeni od ravnine z enačbo $3x + 4y + 12z = 288$.