

Izpit iz Analize I

23. junij 2008

1. Naj bo $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 1}$.

- (a) Določi vse ekstreme in asimptote funkcije f .
 (b) Izračunaj prostornino vrtenine, ki jo dobimo z vrtenjem grafa funkcije f okoli njegove navpične asimptote na odseku med lokalnima ekstremoma.

2. (a) Naj bo $A_n = \left[\frac{1 - 2n}{1 + n}, 2 + \frac{1}{n} \cos \pi n \right]$. Zapiši množici $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ in $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ kot intervala.

(b) Razišči konvergenco vrste $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{k-1}}{k 3^{2k+1}}$ za različna realna števila x .

3. Naj bo $a \in \mathbb{R}$. Na prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ definiramo

$$\langle p, q \rangle = p'(a)q'(a) + p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(2)q(2).$$

- (a) Določi vse vrednosti parametra a tako, da bo z zgornjim predpisom definiran skalarni produkt.
 (b) Naj bo $a = 0$. Linearen funkcional $f: \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}$ definiramo s predpisom

$$f(p) = p'(1) + p'(2).$$

Poišči polinom $q \in \mathbb{R}_3[x]$, da bo $f(p) = \langle p, q \rangle$ za vsak $p \in \mathbb{R}_3[x]$.

4. Katera ploskev je podana z enačbo

$$3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 2xz + 2yz = 1?$$

Določi tudi smeri njenih glavnih osi.