

# Izpit iz Analize I

5. september 2008

1. Izračunaj limiti

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \ln(1 + x + x^2) - e^x}{x^3}$  in

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ .

2. (a) Izračunaj integral

$$\int_1^{\infty} \frac{3x + 2}{x^3 + 5x^2 + 6x} dx.$$

(b) Izračunaj vsoto vrste

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3k + 2}{k^3 + 5k^2 + 6k}.$$

3. Naj bo  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  in  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ . Preslikava  $T: \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  naj bo podana s predpisom  $T(X) = AX + XB$ . Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje preslikave  $T$ .

4. Naj bo  $a > 0$ . Določi največjo in najmanjšo vrednost funkcije  $f$ , podane s predpisom

$$f(x, y) = x^2 - 3y^2,$$

na krivulji z enačbo

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2).$$