

3. kolokvij iz Analize I

11. april 2008

1. Funkcija $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $f(x) = e^{-x}$. Izračunaj površino vrtenine, ki jo dobimo, če graf funkcije f zavrtimo okoli x -osi.
2. Izračunaj naslednjo $n \times n$ determinanto:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Naj bo $V = M_{2,2}(\mathbb{R})$ vektorski prostor realnih matrik razsežnosti 2×2 in $A, B \in V$. Dokaži, da je

$$\{X \in V; \quad AX - XB = X\}$$

vektorski podprostor prostora V in poišči kakšno njegovo bazo v primeru

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Naj bosta \vec{a} in \vec{b} linearno neodvisna vektorja v \mathbb{R}^3 . Linearna preslikava $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je podana s predpisom

$$A\vec{x} = (\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} - 2\vec{x}.$$

Določi jedro in zalogo vrednosti preslikave A .

NASVET. Pomagaj si z matriko transformacije v primerni bazi.