

## 4. kolokvij iz Analize I

2. junij 2008

1. Preslikava  $F: \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  je podana s predpisom

$$F(A) = A^T + \text{sled}(A) \cdot I.$$

Poišči lastne vrednosti preslikave  $F$  in opiši lastne podprostore.

2. Na  $\mathbb{R}_2[x]$  je podan skalarni produkt s predpisom

$$\begin{aligned} \langle p, q \rangle = & 2p(1)q(1) + p(0)q(0) + 2p(-1)q(-1) + \\ & p(1)q(-1) + p(0)q(-1) + p(-1)q(1) + p(-1)q(0). \end{aligned}$$

- (a) Dokaži, da je z zgornjim predpisom res definiran skalarni produkt na prostoru  $\mathbb{R}_2[x]$ .
- (b) Poišči kakšno ortonormirano bazo prostora  $\mathbb{R}_2[x]$  glede na ta skalarni produkt.
- (c) Linearen funkcional  $f: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}$  je definiran s predpisom  $f(p) = p(1) - p(-1)$ . Določi  $q \in \mathbb{R}_2[x]$ , da bo  $f(p) = \langle p, q \rangle$  za vsak  $p \in \mathbb{R}_2[x]$ .
- (d) Preslikava  $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$  je podana s predpisom  $(Ap)(x) = p(x) + p(-x)$ . Določi  $A^*r$  za polinom  $r(x) = x + 1$ .

3. Določi vse ekstreme funkcije  $f$ , podane s predpisom

$$f(x, y) = \frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 - \frac{3}{2}y - 1.$$