

Izpit iz Analize I

28. januar 2009

1. (a) Poišči vse kompleksne rešitve sistema

$$\left| \frac{z + 1 + i}{z - 1 - i} \right| = 1, \quad |z^2 - 2i| = 4.$$

- (b) Izračunaj limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{3/2} \left(e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - e^{\frac{1}{\sqrt{n+1}}} \right).$$

2. Izračunaj

$$\int_e^{e^2} \frac{1 + \ln x}{x^2 \ln^2 x} dx .$$

3. Naj bosta $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ enotska pravokotna vektorja. Definirajmo preslikavo $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ s predpisom $A\vec{x} = \vec{a} \times \vec{x} + 2(\vec{a} \cdot \vec{x})\vec{b} + (\vec{b} \cdot \vec{x})\vec{a}$.

- (a) Dokaži, da je A linearna preslikavo in zapiši matriko, ki ji pripada v primerni bazi.
- (b) Določi jedro in sliko preslikave A .
- (c) Določi lastne vrednosti in lastne vektorje preslikave A .
4. Določi vse lokalne ekstreme funkcije $f(x, y, z) = \frac{10}{3}x^3 + xy^2 + 4xy - 3x^2z + z^3$.