

1. kolokvij iz Matematike I

5. december 2008

1. Poišči vsa kompleksna števila z , ki zadoščajo pogojema

$$|z^2 - 1| = |z|^2 - 4 \text{ in } \arg(z + 2i) = \frac{\pi}{4}.$$

2. Naj bo $t \in (0, \frac{1}{2})$ in $0 < a < b$. Zaporedji sta podani s predpisoma

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= (1-t)a_n + tb_n; & a_0 &= a, \\ b_{n+1} &= ta_n + (1-t)b_n; & b_0 &= b. \end{aligned}$$

Dokaži, da sta zaporedji konvergentni in imata skupno limito. Koliko je ta limita?

3. Nariši graf funkcije f , podane s predpisom

$$f(x) = \frac{x}{2} + \arcsin \frac{2x}{1+x^2}.$$

OPOMBA. Pri risanju natančno določi vse ekstreme in asimptote, prevojev ni potrebno računati.

4. Izračunaj razdaljo med premico $\vec{r} = (1, 2, -1) + (1, -2, 0)t$ in premico, ki je presečišče ravnin $3x + 2y + z = 2$ in $3x + y + z = 1$.