

1. kolokvij iz Matematike II

17. april 2009

1. Izračunaj determinanto

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & a \\ a & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

Za katere vrednosti parametra a je determinanta enaka 0?

2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Dokaži, da je množica $M = \{X \in \mathbb{R}^{3,3}; A^2 X = X^T A\}$ vektorski podprostor v prostoru realnih matrik $\mathbb{R}^{3,3}$ in zapiši kakšno njegovo bazo.

3. (a) Določi konstanto $a \in \mathbb{R}$, tako da bo s predpisom

$$(Ap)(x) = ((x-1)^2 p(x))' + a \int_1^x p(t) dt$$

določena linearna preslikava $A: \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_3[x]$.

(b) Napiši matriko, ki pripada preslikavi A glede na standardno bazo prostora $\mathbb{R}_3[x]$.

(c) Določi rang preslikave A in poišči njeno jedro.

4. V odvisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ reši matrično enačbo

$$((A^{-1}B^{-1})^{-1} + aB)X = C,$$

kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$