

2. kolokvij iz Matematike II

11. junij 2009

1. [25 točk] Poišči smeri glavni osi ploskve, podane z enačbo

$$2x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4xy + 2xz + 2yz = 1.$$

Določi točke na ploskvi, ki so od koordinatnega izhodišča najmanj oddaljene.

2. Na prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ je podan skalarni produkt

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 (x - x^2)p(x)q(x)dx.$$

- (a) [10 točk] Dokaži, da je z zgornjim predpisom res definiran skalarni produkt in poišči kakšno ortonormirano bazo prostora $\mathbb{R}_2[x]$ glede na ta skalarni produkt.
- (b) [20 točk] Linearen funkcional $f: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}$ je podan s predpisom

$$f(p) = \int_0^1 p(x)dx.$$

Določi polinom $q \in \mathbb{R}_2[x]$, tako da je $f(p) = \langle p, q \rangle$ za vsak $p \in \mathbb{R}_2[x]$.

- (c) [20 točk] Linearna preslikava $A: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ je podana s predpisom $(Ap)(x) = p(1 - x)$. Določi A^* .
3. [25 točk] Na krogu $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$ poišči največjo in najmanjšo vrednost funkcije $f(x, y) = x^3 + 2y^3 + 3y^2$.