

Izpit iz Matematike 1

4. februar 2009

1. Naj bo $a > 0$ poljubno število. Zaporedje a_n je podano z začetnim členom $a_1 = a$ in rekurzivnim predpisom $a_{n+1} = \sqrt{2a_n + \frac{9}{a_n}}$ za $n \geq 1$.

(a) Razišči konvergenco tega zaporedja glede na različne vrednosti parametra a .

(b) Ali je vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} (3 - a_n)$ konvergentna?

2. Zapiši enačbo kakšne premice, ki je hkrati tangenta in normala na krivuljo, podano parametrično z enačbama

$$x(t) = 1 + \frac{1}{t^2}, \quad y(t) = t + \frac{1}{t^2}.$$

3. Določi vse ravnine, ki se dotikajo valja z osjo $x - 2 = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{2}$ in polmerom 3 in so pravokotne na ravnino skozi točke $A(2, 2, 1)$, $B(1, 1, 1)$ in $C(0, -1, -1)$.

4. Naj bo $f(x) = \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{x^2 - x - 2\sqrt{x} + 2}$. Izračunaj integral

$$\int f(x) dx.$$

Ali obstaja integral $\int_0^1 f(x) dx$?