

Izpit iz Matematike 1

2. julij 2009

1. Zaporedje a_n je podano z začetnim členom $a_0 \geq 0$ in rekurzivnim predpisom $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 1}$ za $n \geq 0$. Obravnavaj konvergenco tega zaporedja.

2. Določi največje naravno število n , za katero obstaja limita

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 2x) \sin 3x + 6x^2 \left(1 + \frac{4}{3}x\right)^{\frac{3}{4}}}{x^n}.$$

Za ta n limito tudi izračunaj.

3. Naj bo

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{x}{|x|-1} & |x| > 1 \\ ax(x^2 - b^2) & |x| \leq 1 \end{cases}.$$

(a) Določi taki realni števili a in b , da bo funkcija f povsod zvezna in odvedljiva.

(b) Ali je pri tako določenih a in b funkcija f zvezno odvedljiva?

4. Naj bo

$$f(x) = \frac{-1 + \ln x}{\sqrt{x}}.$$

Izračunaj ploščino območja med ordinatno osjo, grafom funkcije f in premico $y = M$, kjer je M največja vrednost funkcije f .