

Izpit iz Matematike 1

10. september 2009

1. S pomočjo določenega integrala izračunaj limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+n}{1^2+n^2} + \frac{2+n}{2^2+n^2} + \cdots + \frac{n+n}{n^2+n^2} \right).$$

2. (a) Določi konvergenčno območje (v \mathbb{R}) vrste

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n-1)n} x^n$$

in razišči konvergenco na robu tega območja.

- (b) Izračunaj vsoto zgornje vrste.

3. Naj bo $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-3}} - x$. Čim bolj natančno nariši graf funkcije f (določi asimptote, ekstreme in prevoje).

4. Krivulja K je podana parametrično z

$$x(t) = 4 + 2 \ln t, \quad y(t) = t + \frac{1}{t}, \quad t > 0.$$

- (a) Določi točko T na krivulji K , ki je najbližja abscisni osi.
- (b) Izračunaj dolžino krivulje K med točko T in točko, kjer krivulja seka premico $x = 8$.