

Izpit iz Matematike 2

14. september 2009

1. Naj bo $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) Določi vse lastne vrednosti in lastne vektorje matrike A .

(b) Izračunaj $\sum_{k=1}^{42} A^k$.

2. Določi vse lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y, z) = e^{-x^2-2y^2-3z^2}(x + 2y + 3z).$$

3. Preslikava $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je podana s predpisom $A\vec{x} = (\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{a}$ za neki enotski vektor \vec{a} .

(a) Določi jedro in zalogo vrednosti preslikave A .

(b) Določi adjungirano preslikavo A^* glede na standardni skalarni produkt v \mathbb{R}^3 .

4. Na prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ so dani linearni funkcionali

$$f_1(p) = p(1), \quad f_2(p) = p'(1), \quad f_3(p) = \int_0^1 p(t) dt.$$

Dokaži, da sestavljajo funkcionali bazo dualnega prostora k $\mathbb{R}_2[x]$ in razvij funkcional $f(p) = \int_{-1}^1 p(t^2) dt$ po tej bazi.