

Izpit iz Matematike I

19. junij 2006

1. Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt{4 - \frac{1}{x}}}{\sin \frac{1}{x}}.$$

2. (a) Naj bo $f(x) = (1 - x)^{-1}$. Razvij funkcijo f v Taylorjevo vrsto okoli točke $x = 0$ in povej, v katerem intervalu za x konvergira.

(b) S pomočjo dobljene vrste izračunaj

$$\sum_{n=0}^{\infty} (a + 6)^n 3^{-2n}$$

in povej, v katerem intervalu za število a konvergira.

3. Izračunaj

$$\int_0^{\infty} (x^3 + x)e^{-x^2} dx.$$

4. Naj bo $t \in \mathbb{R}$. Izračunaj prostornino paralelepipeda, napetega na vektorje

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (-3 + 3t, 0, 14 - 4t) \\ \vec{b} &= (-1 + 3t, t, 8) \\ \vec{c} &= (7 - 2t, 0, -16 + 11t). \end{aligned}$$

Za kateri $t \in [-1, 1]$ je prostornina najmanjša oziroma največja?