

3. kolokvij iz Matematike I

8. april 2008

1. [20 točk] Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x \sin x}.$$

2. [25 točk] Naj bo

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2bx - 4, & \text{če je } x \leq 1, \\ -bx^3 + ax^2 + 2x, & \text{če je } x > 1. \end{cases}$$

- Določi konstanti a in b tako, da bo funkcija f zvezna in bo njen graf potekal skozi točko $T(1, 1)$.
- Prepričaj se, da tako definirana funkcija ni odvedljiva pri $x = 1$ in izračunaj, pod katerim kotom se sekata leva in desna tangenta na graf funkcije f v točki T .

3. [30 točk] Naj bo $f(x) = x^2 \ln x$.

- Določi vse ekstreme funkcije f .
- Določi vse prevoje funkcije f .
- Razišči obnašanje funkcije f v okolici točke $x = 0$.
- Nariši graf funkcije f .

4. [25 točk] Izračunaj integrala

$$\int x^3 e^{-x^2} dx \quad \text{in} \quad \int \frac{x^3 + x + 1}{x^2 + 2x + 2} dx.$$