

3. kolokvij iz Matematike I

20. april 2009

1. Naj bo $f(x) = \sin x + x\sqrt[6]{1+x^2} - 2x$.

- (a) Zapiši prva dva neničelna člena pri razvoju funkcije f v Taylorjevo vrsto okoli točke $x = 0$.
- (b) Določi največje naravno število n , da bo obstajala limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n}$ in pri tako določenem n limito tudi izračunaj.

2. Funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} 15 + 2x - x^2, & \text{če je } x > 0, \\ ax + b & \text{sicer.} \end{cases}$$

- (a) Določi vrednosti parametrov a in b tako, da bo funkcija f povsod zvezna in odvedljiva. Ali je tedaj dvakrat zvezno odvedljiva?
- (b) Pri tako določenih a in b poišči vse ničle funkcije f ter zapiši enačbi normal na graf funkcije v teh točkah.
- (c) Zapiši enačbo tiste normale na graf funkcije f , ki seka abscisno os pravokotno.

3. Naj bo $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$.

- (a) Določi vse ekstreme funkcije f .
- (b) Določi vse asimptote funkcije f .
- (c) Določi vse prevoje funkcije f .
- (d) Nariši graf funkcije f .

4. Izračunaj integrala

$$\int \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}} dx \quad \text{in} \quad \int (2^{x+3} + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2+1}) dx.$$